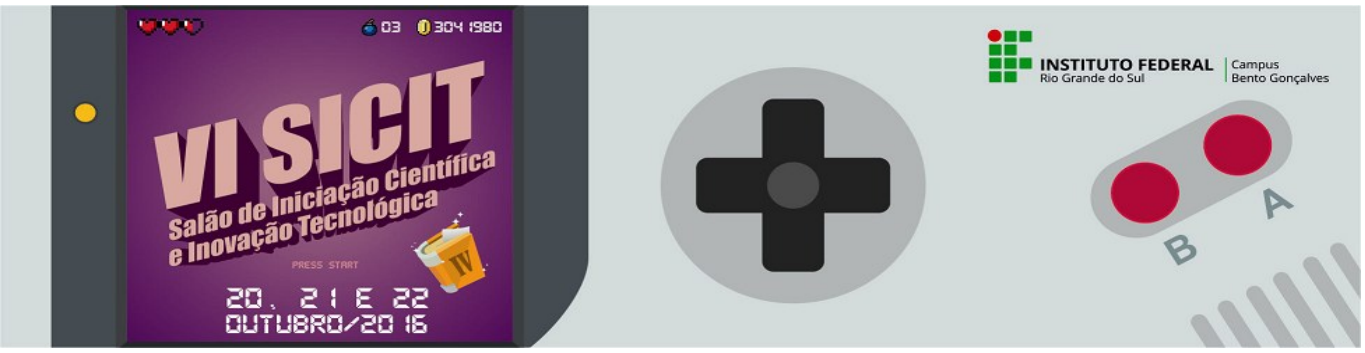


MODELAGEM MATEMÁTICA DE UM SISTEMA MASSA-MOLA: PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE APRENDIZAGEM

PANIZZI, B.[1]; MOREIRA, T.L.[2] BAVARESCO, D.[3];

RESUMO – Este trabalho apresenta resultados de uma atividade de Modelagem Matemática de um sistema massa mola livre e amortecido, envolvendo simulação numérica e testes experimentais com uso de recursos tecnológicos contemporâneos. Os testes experimentais realizados no laboratório de Física do IFRS/BG permitiram a comparação entre os resultados experimentais e os esperados de acordo com o modelo teórico. As discrepâncias identificadas permitiram reflexões e aprofundamentos com relação à compreensão do fenômeno sob investigação. O procedimento realizado apresenta-se como uma potencial ferramenta para o ensino de física com base na proposta de Modelagem Matemática e seus desdobramentos.

PALAVRAS-CHAVE: Simulação numérica. Validação experimental. Scilab. Tracker.

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho é resultado da modelagem matemática e simulação numérica de um sistema massa-mola, bem como a comparação com testes de laboratório. O objetivo é validar modelos teóricos utilizados para descrever sistemas massa-mola livres e amortecidos mediante determinação de parâmetros e testes experimentais. Seu diferencial está na utilização do sistema massa-mola cuja massa acoplada oscila dentro da água para representar o movimento amortecido. Esta situação é pouco explorada em pesquisas acadêmicas e práticas de laboratórios. Nesse trabalho apresentamos a modelagem matemática, simulação numérica e realização de testes experimentais com uso de recursos tecnológicos adequados às discussões contemporâneas sobre Educação, Ciência e Tecnologia.

Atualmente a modelagem matemática é uma ferramenta muito utilizada para descrever diversos tipos de fenômenos mediante simulação através de métodos computacionais. A implementação da simulação e dos testes experimentais visam a suplementar a compreensão do fenômeno mediante discussões de hipóteses e análise dos resultados (FELÍCIO, 2007). Possibilita ainda, contribuir para o desenvolvimento de ciência básica e aplicada em

[1] Estudante, Curso Licenciatura em Física, IFRS Campus Bento Gonçalves, Av. Osvaldo Aranha, 540, CEP 95.700-206, Bento Gonçalves, RS, barbarapanizz@gmail.com

[2] Estudante, Curso Licenciatura em Matemática, IFRS Campus Bento Gonçalves, Av. Osvaldo Aranha, 540, CEP 95.700-206, Bento Gonçalves, RS, tamara.moreira@bento.ifrs.edu.br

[3] Prof. Doutor, IFRS Campus Bento Gonçalves, Av. Osvaldo Aranha, 540, CEP 95.700-206, Bento Gonçalves, RS. Fone (54) 3455-3200, delair.bavaresco@bento.ifrs.edu.br

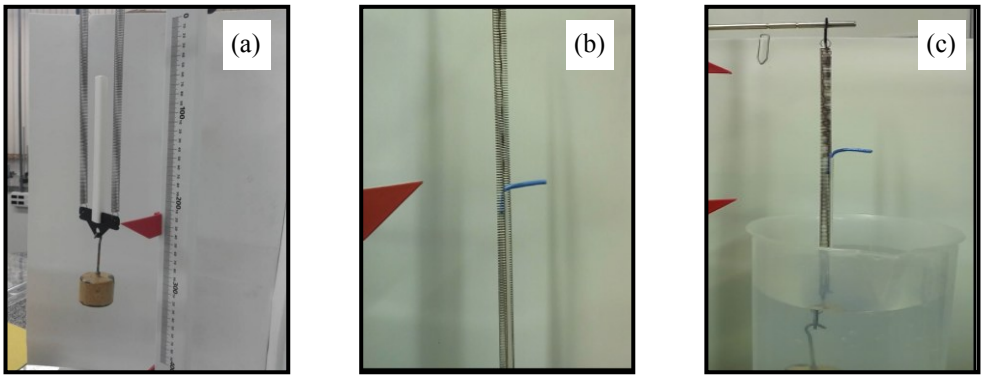
consonância com o sistema educacional, sobretudo na proposta característica de atuação dos Institutos Federais (PACHECO, 2011).

2 METODOLOGIA

A simulação numérica do fenômeno foi realizada com uso do software Scilab para simular o movimento do sistema ideal e também para compará-lo com os dados obtidos experimentalmente. Os testes experimentais foram realizados no laboratório de Física do IFRS-BG, sendo que a dinâmica do sistema foi filmada com uma câmera de celular, permitindo captura dos dados a partir do software *Tracker*.

O sistema utilizado era composto por duas molas semelhantes. A constante de deformação (k) associada às molas foi determinada pela deformação correspondente a massa acoplada (Figura 1*a*), conforme Lei de Hooke. O valor obtido foi $k = 18{,}6 N/m$.

Figura 1 – Esquema montado para os testes experimentais



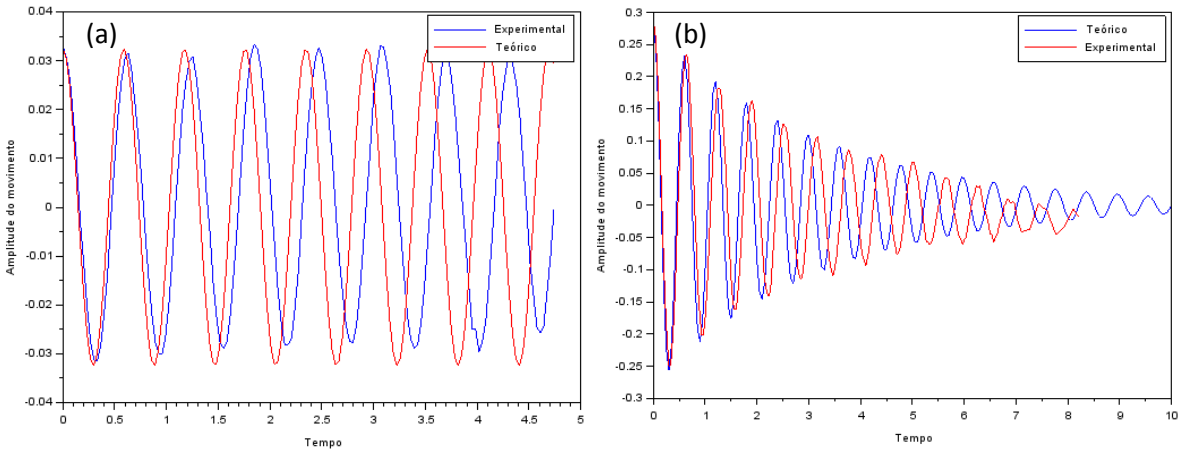
A Figura 1*a* mostra o caso de movimento livre, na qual uma das extremidades da mola foi fixada em um suporte e, na outra, uma massa de valor 162,25 g. Para fornecer um impulso igual em ambas as molas, adaptou-se uma vareta plástica branca, por onde se iniciou o movimento e também um pedaço de fio elétrico azul, como mostra a Figura 1*b*, com a finalidade de ser a referência para capturar o movimento do sistema por meio do software *Tracker*. Esta metodologia também foi utilizada para simular o caso amortecido, apenas acrescentou-se um recipiente com água, de forma que a massa acoplada oscilasse dentro a água, conforme mostra a Figura 1*c*.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O modelo do sistema massa-mola é obtido a partir da Lei de Hooke e da segunda Lei de Newton, considerando o somatório das forças atuantes no sistema e sua dinâmica, dado por $\ddot{x} + \dot{x} + \omega^2 x = 0$, na qual x a posição em relação ao tempo, $\dot{x}$ a velocidade, $\ddot{x}$ a aceleração, ω a frequência natural do sistema e λ a constante de amortecimento. No caso do sistema livre a constante λ se anula.

A dinâmica do sistema, posição em função do tempo, simulada com o *Scilab* é apresentada em comparação com os dados obtidos por meio dos vídeos no *Tracker* para o sistema livre na Figura 2*a*. A figura 2*b* mostra essa comparação para o caso do sistema amortecido, sendo que a constante de amortecimento obtida nessa comparação resultou em $\lambda = 0{,}1$.

Figura 2: Gráfico da dinâmica do sistema. Simulação numérica e testes experimentais



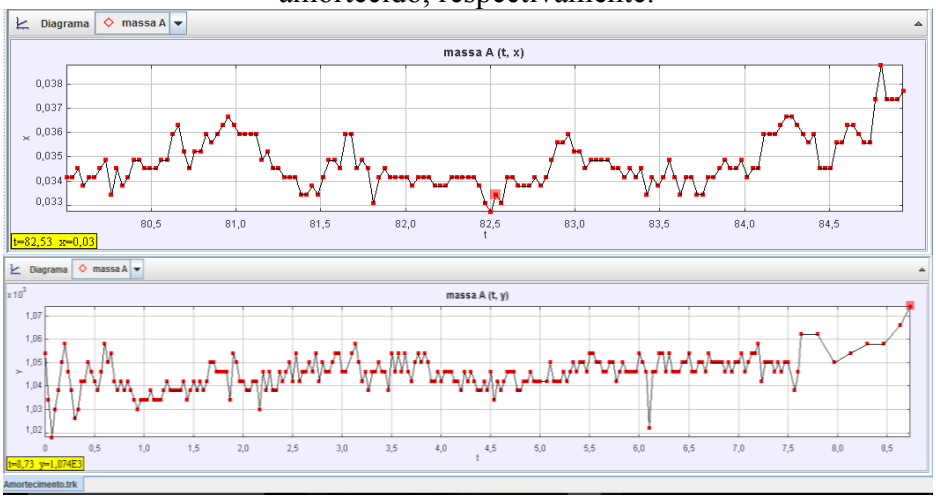
Essa comparação mostra uma boa adequação dos testes experimentais com relação à simulação numérica, validando a determinação dos parâmetros. No entanto, observa-se que, com o passar do tempo, a oscilação atrasou-se em relação à simulação numérica.

Buscando verificar os motivos pelos quais houve esta diferença elencou-se algumas hipóteses. Primeiramente, consideraram-se as duas molas envolvidas iguais, porém sabe-se que isso é uma situação hipotética. Outro fator identificado foi o mecanismo para gerar o impulso inicial do sistema. Ao utilizar uma vareta adaptada, não se tem a certeza de que ela está exatamente no meio das duas molas e, também não há garantia de que o impulso dado tenha sido unicamente na componente vertical, uma vez que é um processo manual.

A movimentação horizontal que o sistema executou pode ser comprovada também com análise dos dados gerados pelo *Tracker*, que traz na componente y, o movimento horizontal e na componente *x*, o tempo, conforme ilustra a Figura 3. Do ponto de vista da Física, é possível afirmar que os erros experimentais relatados conduziram a uma diferença entre os movimentos das duas molas, fazendo com que nem toda energia potencial das molas fosse transmitida à massa na forma de energia mecânica. Como nem toda energia potencial foi

transformada em mecânica, para haver conservação, parte dessa energia deve ter sido consumida na placa inferior que une as molas havendo formação de torque. Torque é a tendência que uma força tem de girar ou virar um objeto (HALLIDAY, RESNICK e WALKER, 2009), assim, constata-se a formação de um segundo movimento, não desejado, na componente *x*, a oscilação da placa.

Figura 3 – Movimento na componente horizontal em relação ao tempo para o caso livre e amortecido, respectivamente.



4 CONCLUSÕES

A realização dessa atividade permitiu testar algumas potencialidades de uso de recursos tecnológicos para discussão de processos de modelagem matemática e simulação numérica de fenômenos físicos clássicos estudados em diferentes níveis de ensino. O procedimento realizado apresenta-se como uma potencial ferramenta para o ensino de física com base na proposta de Modelagem Matemática e seus desdobramentos.

Após a análise dos resultados, concluiu-se que apesar dos dados experimentais não se adaptarem perfeitamente ao modelo teórico existente, este é válido e pode ser utilizado para representar uma situação real. A experiência permitiu o aprofundamento da compreensão do fenômeno sob investigação mediante discussão de discrepância entre testes experimentais e dados de simulações numéricas. Para obtenção de resultados ainda melhores uma possibilidade seria realiza-la novamente buscando corrigir os possíveis erros apontados nas discussões.

5 REFERÊNCIAS

FELÍCIO, Luiz Carlos. **Modelagem da dinâmica de sistemas e estudo da resposta.** São Carlos: RiMa, 2007.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física: Mecânica**. 8. Ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

PACHECO, Eliezer. (Org.). **Institutos Federais: Uma Revolução na Educação Profissional e tecnológica.** São Paulo: Moderna, 2011