

## Da Licenciatura ao Mestrado: Explorando Autovalores em Grafos

Ma. Virgínia Pigatto Pereira

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul - Campus Caxias do Sul, RS,  
Brasil

### Resumo

O trabalho retrata a trajetória acadêmica iniciada na Licenciatura em Matemática (IFRS – Campus Caxias do Sul/2019), voltada a projetos de ensino e extensão, e consolidada no Mestrado em Matemática Aplicada (UFRGS/2024). Nesse percurso, o interesse foi direcionado ao estudo de autovalores em grafos, com ênfase no parâmetro  $q(G)$ . Seja  $G = (V(G), E(G))$  um grafo simples com conjunto de vértices  $V(G) = \{1, 2, \dots, n\}$  e arestas  $E(G)$ . Associamos a  $G$  o conjunto  $S(G)$  de matrizes simétricas reais  $n \times n$  tais que, para  $i \neq j$ ,  $a_{ij} \neq 0$  se, e somente se,  $ij \in E(G)$ . Para uma matriz  $A$ , seja  $DSpec(A)$  o conjunto de autovalores distintos de  $A$ . Define-se então o invariante espectral  $q(G) = \min \{|DSpec(A)| : A \in S(G)\}$ , denominado número mínimo de autovalores distintos de um grafo. Nos últimos anos, diversos autores têm investigado  $q(G)$  em diferentes classes de grafos, como bipartidos, ciclos, join de dois grafos e grafos regulares, ampliando a compreensão sobre suas propriedades e aplicações. Neste trabalho, o foco está na análise de  $q(G)$  em grafos threshold conexos, os quais podem ser construídos iterativamente a partir de um vértice isolado, adicionando-se em cada passo ou um novo vértice isolado ou um vértice dominante conectado a todos os anteriores. Essa construção é representada por sequências binárias em blocos do tipo  $0^{a_1} 1^{a_2} 0^{a_3} 1^{a_4} \dots$ , onde  $a_i \geq 1$ , para todo  $i$ , fornecendo uma caracterização combinatória de grande utilidade. A metodologia combinou diferentes técnicas. Em um primeiro momento, foram utilizadas matrizes de incidência vértice-clique obtidas a partir de coberturas de cliques, permitindo estabelecer resultados em casos específicos. Posteriormente, recorreu-se a representações em termos de cografos e bags, com atribuição de pesos às estruturas dos grafos threshold, o que possibilitou aplicar o algoritmo proposto por Jones et al. (2023). Essa abordagem levou ao cálculo do espectro em famílias particulares de grafos threshold com pesos, culminando em resultados e corolários que determinam explicitamente o número mínimo de autovalores distintos em tais grafos. Os resultados obtidos reafirmam a importância de  $q(G)$  como invariante espectral e apontam para uma ampliação da compreensão do comportamento espectral dos grafos o que contribui com novas perspectivas para a Teoria Espectral de Grafos.

### Referências

JONES, Á.; TREVISAN, V.; VINAGRE, C. T. M. Exploring symmetries in cographs: obtaining spectra and energies. *Discrete Applied Mathematics*, v. 325, p. 120-133, 2023.

**Palavras-chave:** Trajetória Acadêmica; Grafos; Grafos Thresholds; Número Mínimo de Autovalores Distintos; Teoria Espectral de Grafos.

**Modalidade:** Conferência/Palestra.