



XIII SEMANA ACADÊMICA DA

# LICENCIATURA em MATEMÁTICA

DO IFRS - CAMPUS CAXIAS DO SUL

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO  
GRANDE DO SUL

CAMPUS CAXIAS DO SUL, RS - BRASIL  
23, 24 E 27 DE OUTUBRO DE 2023

## Da gota de sabão aos ramos de uma árvore: à procura de uma solução para o problema de grafos

Acadêmico Vinicius Webber de Oliveira, Dra. Kelen Berra de Mello

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul - Campus Caxias do Sul, RS, Brasil

### Resumo

A oficina foi desenvolvida na disciplina de Laboratório de Matemática, visando engajar os participantes em uma experiência prática e visualmente estimulante para compreender a solução do problema da árvore de Steiner em grafos. O problema foi nomeado em homenagem a Jakob Steiner, matemático suíço que fez diversas contribuições à geometria. O problema de Steiner procura encontrar a árvore de extensão mínima dado um conjunto de vértices. A oficina teve como objetivo fazer que os participantes compreendessem o problema e sua solução, bem como desenvolver a habilidade de construção dos grafos no GeoGebra, utilizando diversos conceitos matemáticos, como distância entre pontos, simetria, ponto médio, ângulos, entre outros. A oficina iniciou com uma introdução sobre o que são grafos, pois muitos não tinham o conhecimento sobre o assunto, após, foi apresentado o seguinte problema: "Certo governo precisa construir uma estrada que ligue quatro cidades, elas se encontram a uma distância de um quilometro, formando um quadrado. Qual a extensão mínima total que a estrada poderá ter?" A partir dessa pergunta norteadora, foi solicitado para os participantes tentarem construir árvores de diversas maneiras no GeoGebra, para tentarem encontrar a solução ideal do problema. Após os participantes testarem diversas hipóteses no GeoGebra, foi apresentado a eles um conjunto de duas placas de acrílico unidas por parafusos, que representavam as cidades. Esse conjunto foi mergulhado em água com sabão e ao retirar da água, surgiu entre as placas uma bolha de sabão unindo os parafusos. A geometria da bolha de sabão formada é uma solução para o nosso problema, visto que a bolha tende de ficar no estado de menor energia, que é exatamente a árvore de extensão mínima. Nesta solução, a árvore é formada pelos vértices do quadrado (cidades) e dois vértices auxiliares (chamados de ponto de Steiner), formando uma árvore com cinco arestas, em que cada vértice do quadrado se liga ao ponto de Steiner mais próximo, de forma que o ângulo formado pelas arestas seja de  $120^\circ$ . Os participantes calcularam reproduziram a solução da bolha de sabão no GeoGebra e perceberam que esta solução é a solução do problema da distância entre as cidades. Posteriormente, foi feita a mesma pergunta, no entanto, as cidades estavam dispostas em polígonos regulares de três, cinco e seis lados. Para encontrar as soluções para estes novos problemas, foi realizado o mesmo procedimento do problema inicial. No entanto, a solução do último problema, se diferencia dos demais, por não possuir nenhum ponto de Steiner, visto que o caminho ideal, para este caso, é o perímetro menos um lado. A oficina teve a participação de 10 estudantes da Licenciatura em Matemática e uma professora. Com o uso do GeoGebra foi possível testar cada hipótese de solução pensada pelos participantes para avaliar a melhor solução para o problema. A combinação entre a abordagem teórica com a experiência prática, a partir da bolha de sabão, permitiu uma conexão tangível entre a teoria matemática e sua aplicação real. Assim, os participantes puderam visualizar a solução do problema e perceberam como os conceitos estudados se manifestam fisicamente, aumentando assim sua compreensão sobre otimização de redes e problemas similares. Sendo assim, a partir desta oficina foi possível proporcionar uma compreensão mais profunda do problema da árvore de Steiner.





XIII SEMANA ACADÊMICA DA

# LICENCIATURA *em* MATEMÁTICA

DO IFRS - CAMPUS CAXIAS DO SUL

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RIO  
GRANDE DO SUL

CAMPUS CAXIAS DO SUL, RS - BRASIL  
23, 24 E 27 DE OUTUBRO DE 2023

**Palavras-chave:** grafos; GeoGebra; árvore de Steiner; Matemática; bolha de sabão.

**Modalidade:** Oficina.

