

O problema dos mapas: estratégias para determinar o Ponto Fixo

Maria Eduarda Hojnacki Costa¹, Nicolau Matiel Lunardi Diehl^{1*}

*Orientador

¹Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) -
Campus Canoas. Canoas, RS

9

Este trabalho é fruto das atividades do Projeto de Pesquisa “Decaimento de soluções de Equações de Meios Porosos com termos advectivos”, realizado no IFRS - *Campus* Canoas. Por meio de uma revisão bibliográfica, apresentamos uma descrição e uma solução algébrica para o seguinte problema: “Colocando-se dois mapas do Brasil, em diferentes escalas, um sobre o outro, de tal forma que o menor esteja inteiramente contido no maior, é possível encontrar algum ponto que coincida com ele mesmo em ambos os mapas?”. Do ponto de vista matemático, este ponto procurado é dito um ponto fixo da aplicação que associa pontos de um mapa em pontos do outro. Algebricamente falando, o ponto (x^*, y^*) é tal que $T(x^*, y^*) = (x^*, y^*)$, onde T é a aplicação mencionada anteriormente. Solucionar este problema através da Álgebra Linear é possível definindo uma matriz de contração (C), uma matriz de rotação (R) e um vetor de translação (v), assim conseguimos reescrever $T(x^*, y^*) = (x^*, y^*)$ como sendo $(CR - Id)(x^*, y^*) = -v \Leftrightarrow (Id - CR)v = v$, onde Id é a matriz identidade 2×2 . Desse modo, o problema tem única solução $(x^*, y^*) = (Id - CR)^{-1}v$. É possível, também, encontrar soluções para problemas deste tipo por outros meios. Uma abordagem que pode ser utilizada na educação básica é através da noção intuitiva de limite, fazendo recortes das áreas de intersecção dos dois mapas. Colocando o mapa menor sobre o mapa maior, fica evidente que o ponto fixo se encontra na região do mapa maior que está delimitada pelo mapa menor; nesse sentido, é possível identificar a área equivalente a esta intersecção no mapa menor e fazer um novo recorte deste mapa; assim, o ponto estará na região interna a esta nova região delimitada pelo mapa menor recortado, e poderemos então delimitar uma nova área, menor que a anterior. Fazendo isto recursivamente, teremos uma região cada vez menor, até que encontraremos o ponto fixo. Dentre os objetivos deste trabalho, buscamos promover reflexões de natureza empírica, sem abrir mão, em uma segunda etapa, do formalismo matemático. Entendemos que, muitas vezes, resultados matemáticos mais formais são inacessíveis para o público em geral, uma vez que exigem conhecimentos específicos para o fim a que se propõem, e propostas como estas tornam a Matemática mais acessível e divertida. É por meio de algumas situações do cotidiano que podemos ilustrar e motivar o estudo de teorias mais sofisticadas que podem ser acessadas através de procedimentos intuitivos.

Palavras-chave: Álgebra Linear. Ponto Fixo. Mapas.