

Introdução aos Espaços Métricos e o Teorema do Ponto Fixo de Banach

Virgínia Pigatto Pereira¹, Camila Gasparin Magnaguagno¹, Lucas Pinto Dutra¹, Érick Scopel^{1*}
*Orientador

¹Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) - *Campus Caxias do Sul*. Caxias do Sul, RS, Brasil

No século XIX, a matemática consentiu a importância da abstração e da generalização de seus conceitos. Entre eles, a noção de distância passou a ser encarada com outros olhos, reconhecendo a relevância de medir objetos em conjuntos que não são familiares, dando, assim, origem ao que chamamos hoje de Espaços Métricos. Neste trabalho, abordaremos noções de Espaços Métricos a fim de apresentar o Teorema do Ponto Fixo de Banach, que diz que se M é um espaço métrico completo (espaço de Banach), então toda contração f de M em M possui um único ponto fixo em M , isto é, existe um único x em M tal que $f(x)=x$. Tal teorema é fortemente utilizado em Equações Diferenciais, para mostrar a existência e unicidade de Equações Diferenciais Ordinárias, e em Cálculo Numérico, aplicação trazida neste trabalho no conhecido Método de Newton. Para tal, foi necessário tratar alguns assuntos matemáticos de forma geral e abstrata, como o significado de distância (métrica), sequências, limites de sequências, funções contínuas entre outros tópicos em Espaços Métricos. Tal estudo foi realizado no projeto de ensino intitulado “Espaços Métricos - uma introdução”, que contou com três etapas: pré-requisitos, aplicações e prova do teorema e construção de um caderno didático. As duas primeiras etapas foram concluídas através de apresentações de alguns tópicos por parte dos bolsistas, aprimorando a exposição coerente das ideias estudadas, a fim de provocar discussões que enriqueceram o estudo e propiciaram a aquisição de conceitos básicos para o entendimento do Teorema do Ponto Fixo de Banach. Com a preocupação de disseminar todo estudo realizado, todos os tópicos farão parte de um caderno didático, a ser desenvolvido como produto final da bolsa, que será disponibilizado de forma gratuita para outros estudantes que tenham interesse no assunto e para professores que queiram fazer futuros estudos na área. Tal caderno didático tem o interesse de se tornar um material de primeiro estudo, tendo, assim, um viés didático e lúdico. Vale ressaltar que, ao escrever o caderno, foi trabalhado o rigor da escrita matemática e o conhecimento do formato LaTeX, ganhos importantes para um professor de matemática.

Palavras-chave: Espaços Métricos. Teorema do Ponto Fixo de Banach. Método de Newton.

Trabalho executado com recursos do Edital Proen/IFRS nº 04/2016 - Bolsas de Ensino 2017.